TD Montage en pont, amplification et linéarisation

1 Principe physique d'une jauge d'extensométrie

1.1 Jauge d'extensométrie à base d'un fil

On considère un fil cylindrique de longueur L, de section circulaire s (rayon a), constitué d'un matériau de résistivité ρ. On donne L = 1 cm et a = 56 μm.

1. Faire un schéma du capteur.
2. Rappeler la relation permettant de calculer la résistance d'un conducteur cylindrique. Sachant que la résistance du fil vaut 10 Ω, calculer la résistivité du conducteur.
3. On soumet le fil à une force de compression F = 4 N dans le sens de sa longueur. Calculer la pression correspondante, appelée contrainte et notée σ.
4. Lorsque la contrainte ne dépasse pas la valeur limite $\sigma_{max} = 2 \times 10^9$ N.m^{-2}, dite limite élastique, la variation relative de la longueur (déformation ε) est proportionnelle à la contrainte. Le coefficient liant la contrainte à la déformation est appelé module de Young et noté E. Si E = 1,6$\times$10^{11} N.m^{-2} pour le matériau du fil, calculer la variation relative ε et absolue ΔL de la longueur du fil due à la force de compression F.
5. La compression s'accompagne également d'une variation relative du rayon proportionnelle à la déformation. Le coefficient de proportionnalité est appelé coefficient de Poisson et vaut $\nu = 0{,}3$ pour le matériau de ce fil. Calculer la variation absolue du rayon Δa.
6. La loi de comportement de la jauge de contrainte est $\frac{\Delta R}{R} = K\frac{\Delta L}{L}$, avec K le coefficient de jauge. En déduire K pour $\frac{\Delta R}{R}$ = 5,2$\times 10^{-3}$.
7. La variation relative du volume du fil induit également une variation relative de résistivité du matériau. Ces variations sont reliées à travers la constante de Bridgman : $\frac{\Delta\rho}{\rho} = C\frac{\Delta V}{V}$. C vaut approximativement 1 pour les jauges métalliques et est de l'ordre de 10^2 pour les jauges semi-conductrices. La variation de résistance du fil soumis à une déformation a pour expression :

$$\frac{\Delta R}{R} = ((1+2\nu) + C(1-2\nu))\frac{\Delta L}{L} \tag{1}$$

   Calculer C et déterminer la nature plus probable de la jauge.

1.2 Réalisation pratique d'une jauge

On réalise une jauge d'extensométrie avec du fil du type étudié précédemment. Cette jauge est constitué de n brins longitudinaux de longueur L, reliés par (n-1) brins transversaux de longueur totale l<L. Les fils sont arrangés et inscrits dans un rectangle l$\times$L arrangé en chicane. Chacun des brins est caractérisé par un coefficient K.

Cette jauge est parfaitement collée sur une barre cylindrique de circonférence C_0 (rayon a_0) et de hauteur H au repos, de module de Young E_0 et de coefficient de Poisson ν_0. La barre, constituant le corps d'épreuve, est soumise selon son axe à une contrainte σ_0 selon son axe principal. Les brins longitudinaux de la jauge sont parallèles à l'axe principal de la barre. L'objectif est de mesurer la contrainte σ_0.

1. Faire un schéma de la jauge et de la jauge collée à la barre. Indiquer les axes et les différentes longueurs.
2. Au repos, exprimer la résistance totale R_L des brins longitudinaux et la résistance totale R_T des brins transversaux. En déduire la résistance totale R_J de la jauge en fonction de n, du rapport $\alpha = \frac{l}{nL}$, des résistances R_L et R_T.
3. Justifier les relations suivantes : $\frac{\Delta R_L}{R_L} = K\left(\frac{\Delta H}{H}\right)$ et $\frac{\Delta R_T}{R_T} = -K\nu_0\left(\frac{\Delta H}{H}\right)$.[1]
4. Établir l'expression du coefficient total de jauge K_J à partir de $\frac{\Delta R_J}{R_J}$ et $\frac{\Delta H}{H}$.
5. Simplifier K_J lorsque $\alpha \ll 1$ (on considère $\alpha \to 0$). On utilisera l'approximation de Taylor pour une fonction au voisinage de $\alpha_0 = 0$:

$$f(\alpha) = f(\alpha_0) + f'(\alpha_0)\cdot(\alpha - \alpha_0) \tag{2}$$

1. Le signe moins est en cohérence avec le fait logique qu'une traction longitudinale génère une contraction transversale.

2 Pont de Wheatstone avec une jauge active

Une jauge de contrainte est collée sur le corps d'épreuve d'une balance. La masse M (en kg) à mesurer déforme le corps d'épreuve. Les variations relatives de la résistance de la jauge sont proportionnelles à la masse M. On note la résistance de la jauge $R_c = R + \Delta R$, avec R la résistance au repos et ΔR la variation de résistance. On admettra que :

$$\frac{\Delta R}{R} = kM \tag{3}$$

avec k = 4×10^{-3} kg^{-1} et R = 1 kΩ. La jauge est insérée dans un montage en 1/4 de pont de Wheatstone alimenté par un générateur de tension $V_g = 10$ V de résistance interne négligeable.

1. Faire un schéma du dispositif.
2. Exprimer la tension de mesure V_{mes} en fonction de V_g et $\frac{\Delta R}{R}$
3. Que devient V_{mes} en fonction de k et M ? Conclure sur la linéarité de cette expression.
4. Si les variations relatives de résistance $\frac{\Delta R}{R}$ sont inférieures à 10 %, quelle masse M maximale peut-on mesurer ?
5. Tracer l'évolution de la tension V_{mes} en fonction de ΔR. Placer sur l'axe des abscisses la correspondance en fonction de la masse M.

3 Amplification et correction de la non-linéarité

La tension V_{mes} est une tension différentielle qui n'est pas référencée à la masse. Ce signal est d'abord conditionné à l'aide d'un amplificateur d'instrumentation de gain unité. En sortie de ce dernier, on dispose alors du signal V_{mes} référencé à la masse est qui sert d'entrée au montage de linéarisation. On considère ainsi le circuit de linéarisation (présenté en cours) constitué d'un amplificateur opérationnel supposé idéal et d'un diviseur analogique pondéré.

1. Déterminer l'expression de V en fonction de V_{mes}.
2. Déterminer V_N et V_D en fonction de V, V_g et K. [2]
3. En déduire l'expression de V_s en fonction de V_N et V_D, puis en fonction de K, V_{mes} et V_g.
4. En remplaçant l'expression de V_{mes} dans celle de V_s, déterminer la valeur de K pour que la fonction $V_s = f(M)$ soit linéaire.
5. Donner alors l'expression de V_s en fonction de M et tracer la nouvelle courbe d'étalonnage.
6. En déduire la valeur de la sensibilité du dispositif amélioré $\left(S = \frac{\Delta V_s}{\Delta M}\right)$.

2. Ne pas confondre avec le coefficient de jauge.